

SEQUENCES & SERIES

ENT'33

1) ให้ R เป็นเซตของจำนวนจริง และ $f: R \rightarrow R$ นิยามโดย

$$f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & \text{ถ้า } x \geq 0 \\ x & \text{ถ้า } x < 0 \end{cases}$$

อนุกรมในข้อใดต่อไปนี้หาผลบวกได้

1. $\sum_{n=1}^{\infty} (f \circ f)(-n)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} (f + f)(n)$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} (f \cdot f)(-n)$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{f}\right)(n)$

2) จงหาค่าของ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 3^{n-1}}{2^{n+1} + 5^{n-1}}$

3) ให้ b และ c เป็นจำนวนจริงคงที่สองจำนวน

นิยาม ลำดับ a_n โดยให้ $a_1 = 1$ และสำหรับจำนวนเต็มบวก n ใด ๆ

$$a_{n+1} = a_n + cb^n$$

ถ้าลำดับ a_n มีลิมิตเท่ากับ 2 และ $a_3 = \frac{3}{2}$ แล้ว $|c - 2b|$ มีค่าเท่าใด

ENT'34

4) ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตอนุกรมหนึ่งเท่ากับ 430 ถ้าพจน์ที่ 10 ของอนุกรมนี้คือ 79

แล้วผลบวก 3 พจน์แรกมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 44

2. 45

3. 46

4. 47

5) สำหรับจำนวนเต็มบวก $n > 1$ ใด ๆ ให้ a_n เป็นสัมประสิทธิ์ของ x^{n+2} ในการกระจาย

$$(1 + 2x)^{2n}$$

และ b_n เป็นสัมประสิทธิ์ของ x^n ในการกระจาย $(2 + 3x)^{2n}$ ลำดับ $3^n \cdot \frac{a_n}{b_n}$ เป็นจริงตามข้อใด

ต่อไปนี้

- | | |
|------------------|------------------------------|
| 1. มีลิมิตเป็น 0 | 2. มีลิมิตเป็น $\frac{4}{3}$ |
| 3. มีลิมิตเป็น 4 | 4. เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์ |

ENT'35

6) พิจารณาข้อความ

ก. $3+3\cdot 4+3\cdot 4^2+\dots+3\cdot 4^{19}=4^{20}-1$

ข. $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\dots+19\cdot 20=2660$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|----------------------|---------------------|
| 1. ก. และ ข. ถูก | 2. ก. และ ข. ผิด |
| 3. ก. ถูก แต่ ข. ผิด | 4. ก. ผิดแต่ ข. ถูก |

7) เราทราบว่า $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ดังนั้นอนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{5}{2^n} - \frac{3}{n(n+1)} \right]$ มีผลบวกเท่ากับค่า

ในข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------|------|
| 1. 0 | 2. 2 |
| 3. 4 | 4. 5 |

8) กำหนดให้ A คือเมตริกซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ถ้า $a_n = \det\left(\frac{1}{2}A\right)^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว

อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|---------------------------|------------------|
| 1. เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์ | 2. มีผลบวกเป็น 0 |
| 3. มีผลบวกเป็น 1 | 4. มีผลบวกเป็น 2 |

ENT'36

9) ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งทำให้ $1 + \log_{\sqrt{2}} 2 + \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + \log_{\sqrt[n]{2}} 2 = n^2 - 21$ แล้ว

$1+2+2^2+\dots+2^n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|--------|--------|
| 1. 63 | 2. 127 |
| 3. 255 | 4. 511 |

10) จำนวนเต็มบวก m ที่มากที่สุดที่ทำให้อนุกรม $\frac{1}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} + \frac{1}{2^{m+2}} + \frac{1}{2^{m+3}} + \dots$

มีผลบวกมากกว่า 0.01 เป็นสมาชิกของเซตใดต่อไปนี้

- | | |
|----------------|-------------------|
| 1. $\{1,2,3\}$ | 2. $\{4,5,6\}$ |
| 3. $\{7,8,9\}$ | 4. $\{10,11,12\}$ |

11) ให้ a_1, a_2, a_3, \dots เป็นลำดับของจำนวนจริง และ $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ทุกจำนวนนับ n ข้อใดต่อไปนี้ผิด

- ถ้า $a_n = 2^{n-1}$ ทุกจำนวนนับ n แล้ว $S_n = 2^n - 1$ ทุกจำนวนนับ n
- ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ หาค่าได้แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
- ถ้า $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ทุกจำนวนนับ n แล้ว $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{2}{3}$
- ถ้า $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ เป็นอนุกรมคอนเวอร์เจนต์

12) ให้ R เป็นเซตของจำนวนจริง และ $A = \{a \in R \mid a > 0 \text{ และ } a \neq 1\}$ สำหรับทุก $a \in A$

นิยาม $f_a : R \rightarrow R$ โดย $f_a(x) = a^{x+1}$

อนุกรม $\sum_{n=1}^{\infty} f_a(\log_a n)$ มีคุณสมบัติตามข้อใดต่อไปนี้

- คอนเวอร์เจนต์ของ $a \in A$
- ไดเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$
- คอนเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$ ซึ่ง $0 < a < 1$ และไดเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$ ซึ่ง $a > 1$
- ไดเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$ ซึ่ง $0 < a < 1$ และคอนเวอร์เจนต์ทุก $a \in A$ ซึ่ง $a > 1$

ENT'37

13) ค่าของ x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการ $(\log_3 x - \log_{3^2} x + \log_{3^4} x - \log_{3^8} x + \dots) < 1$ คือ ข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|------------------------|--------------------|
| 1. $0 < x < \sqrt{3}$ | 2. $x > \sqrt{3}$ |
| 3. $0 < x < 3\sqrt{3}$ | 4. $x > 3\sqrt{3}$ |

14) เซตคำตอบของสมการ $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_9 x} + \frac{1}{\log_{10} x} \leq 1$ คือเซตในข้อใด

ต่อไปนี้

- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| 1. $(0,1)$ | 2. $[10!, \infty)$ |
| 3. $(0,1) \cup [10!, \infty)$ | 4. $(0,1) \cup (1, \infty)$ |

15) สัมประสิทธิ์ของ x^{54} ในอนุกรม $1 + (1+x^2) + (1+x^2)^2 + \dots + (1+x^2)^{50}$ คือข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1. $\binom{50}{27}$ | 2. $\binom{50}{28}$ |
| 3. $\binom{51}{27}$ | 4. $\binom{51}{28}$ |

16) จำนวนเต็มตั้งแต่ 0 ถึง 100 ที่ไม่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ 15 มีทั้งหมดกี่จำนวน

ENT'38

17) ให้ a_n เป็นพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต โดยมี r เป็นอัตราส่วนร่วม

ถ้า $\frac{a_1}{a_1 + a_2} + \frac{a_2}{a_2 + a_3} + \dots + \frac{a_n}{a_n + a_{n+1}} = 2n$ แล้ว r คือข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------------------|------------------|
| 1. $-\frac{1}{2}$ | 2. $\frac{1}{2}$ |
| 3. -2 | 4. 2 |

18) สำหรับจำนวนเต็มบวก n ใดๆ ให้ $M_n = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & n \\ -\frac{1}{n} & n+1 \end{bmatrix}$ และ $a_n = \det(M_n)$ แล้ว

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|----------------|----------------|
| 1. มีค่าเป็น 0 | 2. มีค่าเป็น 1 |
| 3. มีค่าเป็น 2 | 4. หาค่าไม่ได้ |

- 19) กำหนดให้ เอกภพสัมพัทธ์คือ $\{x|x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ } 0 \text{ และ } -100 \leq x \leq 100\}$
ให้ $A = \{x | \text{ห.ร.ม.ของ } x \text{ กับ } 21 \text{ เป็น } 3\}$ จำนวนสมาชิกของ A เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 29
 2. 34
 3. 68
 4. 58
- 20) ถ้า $\log_a(ax) + 2\log_a(a^2x) + 3\log_a(a^3x) + \dots + 10\log_a(a^{10}x) = 110$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. a^{-10}
 2. a^{-5}
 3. $a^{\frac{-5}{2}}$
 4. $a^{\frac{-5}{4}}$

ENT'39

- 21) สำหรับแต่ละจำนวนเต็ม $n \geq 4$ กำหนดให้ $a_n = \frac{n^4 + 1}{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}$ ลำดับ a_n เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้
1. มีลิมิตเป็น 1
 2. มีลิมิตเป็น 2
 3. มีลิมิตเป็น 4
 4. เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์
- 22) ถ้าอนุกรม $1 + \frac{2^x}{1+2^x} + \frac{2^{2x}}{(1+2^x)^2} + \frac{2^{3x}}{(1+2^x)^3} + \dots$ มีผลบวกเท่ากับ 9 แล้วอนุกรม $\log_2 x - (\log_2 x)^2 + (\log_2 x)^3 - (\log_2 x)^4 + \dots$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้
1. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{1}{1 + \log_2 3}$
 2. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{\log_2 3}{1 - \log_2 3}$
 3. มีผลบวกเท่ากับ $\frac{\log_2 3}{1 + \log_2 3}$
 4. เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์
- 23) กำหนดให้ $a_n = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } n = 1, 2 \\ a_{n-2} + 2 & \text{เมื่อ } n = 3, 5, 7, \dots \\ 2a_{n-2} & \text{เมื่อ } n = 4, 6, 8, \dots \end{cases}$ แล้ว $\sum_{i=1}^{101} a_i$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $(50)(51) + 2^{50} - 1$
 2. $(51)^2 + 2^{50} - 1$
 3. $(50)(51) + 2^{49} - 1$
 4. $(51)^2 + 2^{49} - 1$

- 24) สำหรับแต่ละจำนวนเต็มบวก n ให้ $f_n(x) = nx^2 - n^2x$ และ $g(x) = \sum_{n=1}^{10} f_n(x)$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ดังนั้น g มีค่าต่ำสุดที่ x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- | | |
|--------|--------|
| 1. 2.5 | 2. 2.7 |
| 3. 3.2 | 4. 3.5 |

ENT'40

- 25) จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 500 และหารด้วย 3 หรือ 5 ลงตัว มีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- | | |
|--------|--------|
| 1. 167 | 2. 200 |
| 3. 233 | 4. 266 |
- 26) ให้ $a+3, a, a-2$ เป็น 3 พจน์เรียงกันของลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วมเป็น r แล้ว $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$ มีค่าเท่ากับข้อใด
- | | |
|-------|-------|
| 1. 8 | 2. 9 |
| 3. 16 | 4. 18 |
- 27) พจน์แรกที่เป็นจำนวนเต็มลบของลำดับเลขคณิต 200, 182, 164, 146, ... มีค่าต่างจากพจน์ที่ 10 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- | | |
|-------|-------|
| 1. 54 | 2. 38 |
| 3. 22 | 4. 20 |

- 28) ถ้า $a = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}}$ แล้ว จงหาสัมประสิทธิ์ของ x^8 ในการกระจาย $(x+a)^{10}$

ENT'41

- 29) ถ้า a_1, a_2, \dots เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์และมีลิมิตเป็น 1 แล้ว อนุกรม $a_1 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} - a_n)$ เป็นจริงตามข้อใด
- | | |
|----------------------|---------------------------|
| 1. มีผลบวกเป็น a_1 | 2. มีผลบวกเป็น 0 |
| 3. มีผลบวกเป็น 1 | 4. เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์ |

30) ถ้า $a_n = \frac{n^2 + n + 1}{3n^2 + 1}$ และ $b_n = \frac{2^n - 5^n}{5^n + 9}$ แล้ว ลิมิตของลำดับที่มีพจน์ที่ n เป็น

$a_n - b_n + a_n b_n$ มีค่าเท่าใด

- | | | | |
|----|----|----|----------------|
| 1. | -1 | 2. | $-\frac{1}{3}$ |
| 3. | 0 | 4. | 1 |

31) สำหรับ $x \in (-1, 1)$ ให้ $S(x)$ เป็นผลบวกของอนุกรม $1 - x + x^2 - x^3 + \dots$

จงหาค่าขอบเขตบนของเซต A เมื่อ $A = \left\{ \frac{1}{S(x)} \mid x \in (-1, 1) \right\}$

32) ให้ x, y, z, w เป็นพจน์ 4 พจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิต โดยที่ x เป็นพจน์แรก ถ้า $y + z = 6$ และ $z + w = -12$ จงหาค่าสัมบูรณ์ของพจน์ที่ 5 ของลำดับนี้

ENT'42

33) จำนวนสมาชิกในเซต $\{100, 101, 102, \dots, 600\}$ ซึ่งหารด้วย 8 หรือ 12 ลงตัวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|----|-----|----|-----|
| 1. | 84 | 2. | 92 |
| 3. | 100 | 4. | 125 |

34) ให้ $S = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ และ $F(x) = \sin^2 x + \sin^4 x + \sin^6 x + \dots, x \in S$ ถ้า a เป็นสมาชิกของเซต S ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $F(a) \leq 1$ แล้ว $F(a)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|----|---------------|----|---------------|
| 1. | 0 | 2. | $\frac{1}{4}$ |
| 3. | $\frac{1}{2}$ | 4. | 1 |

35) ถ้า $1 + \cos^2 \theta + \cos^4 \theta + \dots = a$ โดยที่ a เป็นจำนวนจริงแล้ว $\cos(\pi - 2\theta) \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right)$

มีค่าเท่ากับข้อใด

- | | | | |
|----|---------------------------------|----|--------------------------------|
| 1. | $-\left(\frac{a-2}{2}\right)^2$ | 2. | $\left(\frac{a-2}{a}\right)^2$ |
| 3. | $-\left(\frac{a}{a+2}\right)^2$ | 4. | $\left(\frac{a}{a+2}\right)^2$ |

- 36) ถ้า $f(x) = x - 1$ แล้ว $\sum_{n=10}^{30} (f \circ f)(n^2)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- | | |
|---------|---------|
| 1. 9028 | 2. 9030 |
| 3. 9128 | 4. 9170 |

ENT'43

- 37) ให้ a เป็นจำนวนจริง กำหนดพจน์ที่ n ของอนุกรมคือ $\frac{1+(n-2)\sqrt{a}}{1-a}$ ถ้าพจน์ที่ m คือ

$\frac{1+38\sqrt{a}}{1-a}$ แล้วผลบวก m พจน์แรกของอนุกรมนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{40+740\sqrt{a}}{1-a}$	2. $\frac{40+790\sqrt{a}}{1-a}$
3. $\frac{20+720\sqrt{a}}{1-a}$	4. $\frac{20+760\sqrt{a}}{1-a}$

- 38) ถ้าลำดับเลขคณิต a_1, a_2, a_3, \dots มีพจน์ที่ 10 และพจน์ที่ 15 เป็น -19 และ -34 ตามลำดับแล้ว

$\sum_{i=1}^{20} (a_i + 2i)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|----------|----------|
| 1. -30 | 2. -15 |
| 3. 10 | 4. 20 |

ENT'44

- 39) ให้ $5, x, 20, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิตที่มีผลบวกของ 12 พจน์แรกเป็น a และ $5, y, 20, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิตที่มีพจน์ที่ 6 เป็น b โดยที่ $y < 0$ แล้ว $a + b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|--------|--------|
| 1. 205 | 2. 395 |
| 3. 435 | 4. 845 |

- 40) ถ้า $\sum_{i=1}^{10} x_i = -8$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 4$ และ $\sum_{i=1}^{10} (5 - x_i)(y_i + 2) = 76$ แล้ว $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|----------|----------|
| 1. -60 | 2. -30 |
| 3. 30 | 4. 60 |

- 41) กำหนดให้ a, b, c เป็น 3 พจน์เรียงติดกันในลำดับเรขาคณิต และมีผลคูณเป็น 27
ถ้า $a, b+3, c+2$ เป็น 3 พจน์เรียงติดกันในลำดับเรขาคณิต แล้ว $a+b+c$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
- 42) กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่ทำให้ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต
 $7 + 15 + 23 + \dots$ มีค่าเท่ากับ 217 แล้ว $\frac{2^n + 2^{n+1} + \dots + 2^{2n}}{2^8}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- | | |
|----------|----------|
| 1. 127 | 2. 128 |
| 3. 127.5 | 4. 128.5 |

ENT'45

- 43) ถ้า c เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3cn^3 - n^2 + cn}{(2n+1)^3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n-1}}{3^{n-2}}$ แล้ว c มีค่าเท่าใด
- 44) กำหนดให้ $S = \{n \in I^+ \mid n \leq 1000, \text{ห.ร.ม.ของ } n \text{ และ } 100 \text{ เท่ากับ } 1\}$ จำนวนสมาชิกของเซต S เท่ากับเท่าใด
- 45) $-\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ มีค่าเท่ากับเท่าใด
- 46) กำหนดให้ $S_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{10}\right)^{k-1}$ และ $S = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{10}\right)^{k-1}$ จำนวนเต็มบวก n ที่ทำให้
 $S - S_n = \frac{1}{9}(10^{-5})$ เท่ากับเท่าใด

ENT'46

- 47) กำหนดให้ $\log x, \log(x+2), \log(x+16)$ เป็นสามพจน์แรกที่เรียงกันของลำดับเลขคณิต
ถ้า a_{10} เป็นพจน์ที่ 10 และ S_{10} เป็นผลบวก 10 พจน์แรกของลำดับนี้ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
- | |
|---|
| 1. $a_{10} = 9 \log 5 - 8 \log 3$; $S_{10} = 5[9 \log 5 - 7 \log 3]$ |
| 2. $a_{10} = 9 \log 5 - 8 \log 3$; $S_{10} = 5[9 \log 7 - 2 \log 3]$ |
| 3. $a_{10} = 9 \log 7 - \log 3$; $S_{10} = 5[9 \log 5 - 7 \log 3]$ |
| 4. $a_{10} = 9 \log 7 - \log 3$; $S_{10} = 5[9 \log 7 - 2 \log 3]$ |
- 48) ถ้า $\log_9 3, \log_9(3^x - 2), \log_9(3^x + 16)$ เป็นสามพจน์แรกที่เรียงกันในอนุกรมเลขคณิต
และ S เป็นผลบวกของสี่พจน์แรกของอนุกรมนี้ แล้ว 3^S มีค่าเท่ากับเท่าใด

เฉลยคำตอบ Sequence & Series
--

		ข้อ	คำตอบ			ข้อ	คำตอบ
Ent '33	*	1)	2	Ent '39	*	21)	3
		2)	25.00			22)	1
		3)	1.00			23)	2
						24)	4
Ent '34	*	4)	2	Ent '40	*	25)	
		5)	3			26)	4
						27)	1
						28)	45
Ent '35	*	6)	1	Ent '41	*	29)	3
		7)	2			30)	4
		8)	3			31)	2.00
						32)	48
Ent '36	*	9)	3	Ent '42(ตุลา'41)	*	33)	1
		10)	2			34)	4
		11)	4	Ent '42(มีนา'42)		35)	1
		12)	2			36)	3
Ent '37	*	13)	3	Ent '43(ตุลา'42)	*	37)	1
		14)	3			38)	3
		15)	4	Ent '43(มีนา'43)			
		16)	47				
Ent '38	*	17)	1				
		18)	3				
		19)	4				
		20)	2				